

Анализа 1

29.10.2020

Кардинални број

1. Доказати да су скупи \mathbb{Z} , \mathbb{Q} и \mathbb{N}^2 ^{скупа} предјиви.
2. а) Унија коначно много предјивих скупова је предјив скуп.
б) Унија предјиво много предјивих скупова је предјив скуп.
3. Интервал $(0,1)$ није предјив.
4. Скупи \mathbb{R} и $[0,1)$ су исте кардиналности.
5. Доказати да су следећи скупи исте кардиналности:
а) (a,b) и (c,d) , $a < b, c < d$
б) (a,b) и $(c,d]$, $a < b, c < d$

Граничне вредности низа

1. Користећи дефиницију граничне вредности низа докажи да:

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{3n-1} = \frac{2}{3}$$

$$d) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2+7}{3n^2} = \frac{4}{3}$$

$$b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} \sin n}{n+1} = 0$$

$$z) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = 0$$

$$g) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right) = 1$$

$$z) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right) = \frac{1}{2}$$

$$e) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1^2}{n^3} + \frac{2^2}{n^3} + \dots + \frac{(n-1)^2}{n^3} \right) = \frac{1}{3}$$

$$ж) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \dots \cdot \sqrt[2^n]{2}) = 2$$